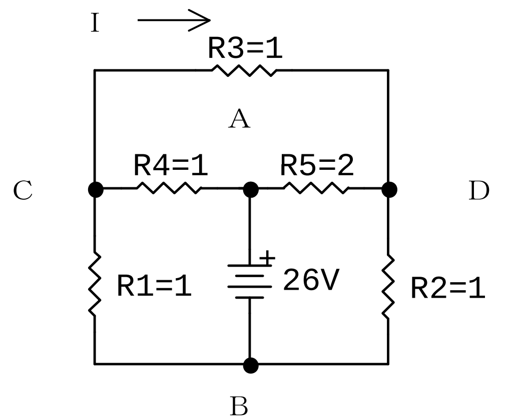
# 平衡がとれていないブリッジの計算方法（その 2）

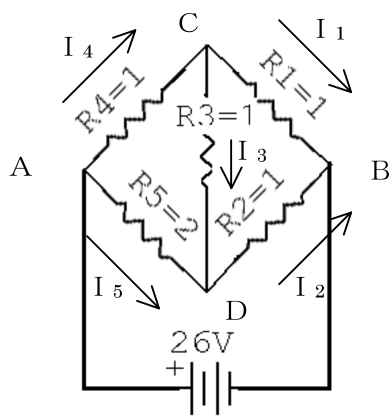
（平成 22 年第一回　総合種「基礎」　問 1- 1）

最近の傾向として「基礎」科目　問 1-1 で電検３種程度の内容の計算問題が出題されている。

問題の図




書き換えた図




$R_3$に流れる電流を求めるという問題である。

ブリッジ回路の解き方はまず平衡がとれているかどうかをチェックする。

工事担任者の過去問はほとんど平衡がとれているブリッジの問題であった。

ところが右の図から判るように、この回路は平衡が取れていない。

平衡が取れていない回路の問題はすこし工夫をする必要がある。ここでは３種類の解法を説明する。求める電流を$I_3$とすれば、右図から電流連続の定理を用いるとＣ点とＤ点の電流は次のようになる

$$I_1 = I_4 - I_3$$

$$I_2 = I_5 + I_3$$

ｉ）Δ-スター変換を用いる解法

$R_4$または$R_5$に流れる電流を求める問題とか、全体の合成抵抗を求めるという問題に適している。

ⅱ）テブナンの定理を用いる解法

ブリッジの真ん中の抵抗$R_3$に流れる電流$I_3$を求める問題に適している。

ⅲ）キルヒホッフの法則を用いる解法

一般に計算量は多くなるがどんな問題にも適用ができるというメリットがある。

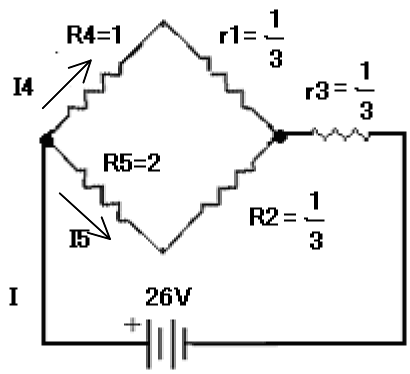
## Δースター変換を用いて計算する解法

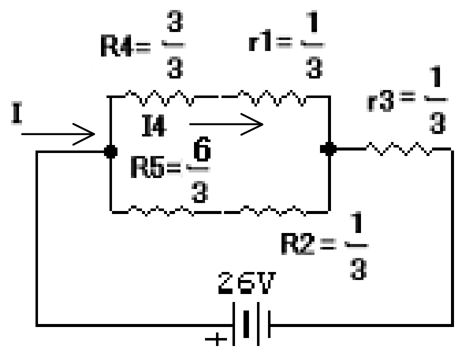
電流連続ということを考えれば前記のとおり、電流Ｉ$_1$とＩ$_4$（またはＩ$_2$とＩ$_5$）が判れば電流Ｉ$_3$＝Ｉ$_4$－Ｉ$_1$（またはＩ$_3$＝Ｉ$_2$－Ｉ$_5$）を計算できる。　Δースター変換を用いて電流Ｉ$_4$とＩ$_1$を計算してＩ$_3$を求めてみよう。

Δ-スター変換公式は別の記事（平衡が取れていないブリッジの計算方法）を参照

ｉ）　Ｒ$_4$、Ｒ$_5$を流れる電流Ｉ$_4$、Ｉ$_5$の計算

Ｒ$_1$、Ｒ$_2$、Ｒ$_3$が構成するデルタ（Δ）をスター（Ｙ）に変換すると、ｒ$_1$＝ｒ$_2$＝ｒ$_3$＝１／３Ωになる。




右図において並列接続になっている部分の合成抵抗は

$$R' = \frac{\frac{7}{3}\cdot\frac{4}{3}}{\frac{7}{3}+\frac{4}{3}} = \frac{\frac{28}{9}}{\frac{11}{3}} = \frac{28}{9}\cdot\frac{3}{11} = \frac{28}{33}\ \Omega$$

全抵抗Ｒは

$$R = \frac{28}{33} + \frac{1}{3} = \frac{28}{33} + \frac{11}{33} = \frac{39}{33} = \frac{13}{11}\ \Omega$$

全電流は

$$I = \frac{26}{\frac{13}{11}} = 22\ \text{A}$$

Ｒ$_4$に流れる電流Ｉ$_4$は

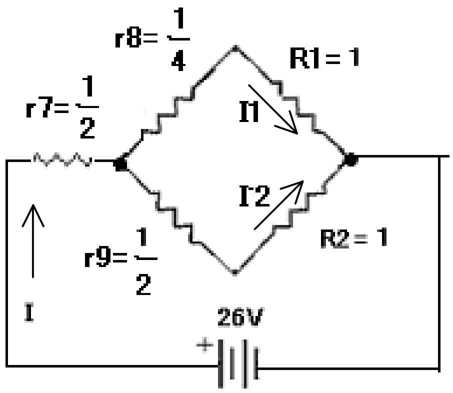
$$I_4 = 22\cdot\frac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{3}+\frac{4}{3}} = 22\cdot\frac{7}{11} = 14\ \text{A}$$

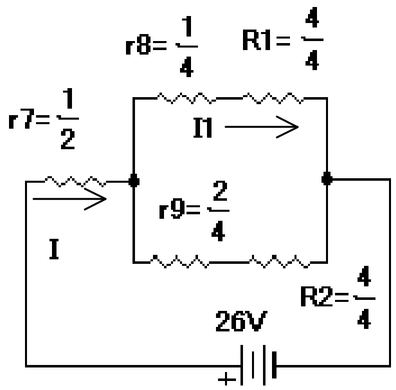
$$I_5 = 22\cdot\frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{3}+\frac{4}{3}} = 22\cdot\frac{4}{11} = 8\ \text{A}$$

ⅱ）　$R_1$、$R_2$を流れる電流$I_1$、$I_2$の計算

$R_3$、$R_4$、$R_5$が構成するデルタ（Δ）をスター（Y）に変換すると、$r_7 = r_9 = \frac{1}{2}$ Ω

$r_8 = \frac{1}{4}$ Ωになる。




同様に計算して全抵抗および全電流は　$R = \frac{13}{11}$ Ω　$I = 22$ A

$$I_1 = 22 \cdot \frac{\frac{6}{4}}{\frac{6}{4} + \frac{5}{4}} = 22 \cdot \frac{6}{11} = 12 \text{ A}$$

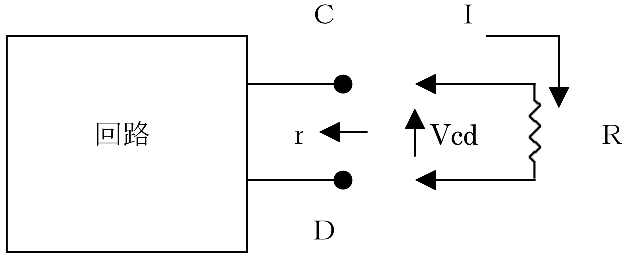
$$I_2 = 22 \cdot \frac{\frac{5}{4}}{\frac{6}{4} + \frac{5}{4}} = 22 \cdot \frac{5}{11} = 10 \text{ A}$$

従って$R_3$をながれる電流は

$$I_3 = I_4 - I_2 = 14 - 12 = 2 \text{ A}$$

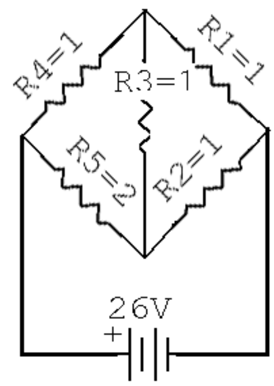
## テブナンの定理を用いて解く方法

テブナンの定理




図の回路でＣＤ間を解放した時の電圧がＶcd であり、端子ＣＤから回路側を見たときの合成抵抗（直流電源は短絡して計算する）をｒとしたときに、端子ＣＤに抵抗Ｒを接続したときに流れる電流は下記になる。

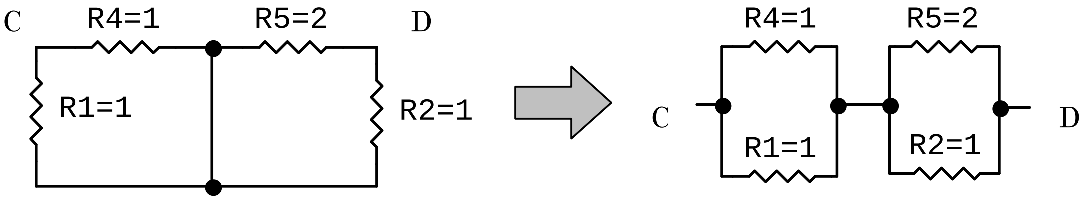
$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{Vcd}}{\mathrm{R}+\mathrm{r}}$$




① これを今回の問題に適用する。

$$\mathrm{Vcd} = 26 * \left(\frac{1}{1+1}\right) - 26 * \left(\frac{1}{1+2}\right) = 26 * \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{26}{6} \qquad \text{(V)}$$

② ＣＤからみた回路の抵抗ｒは電源を短絡すると以下の図になる



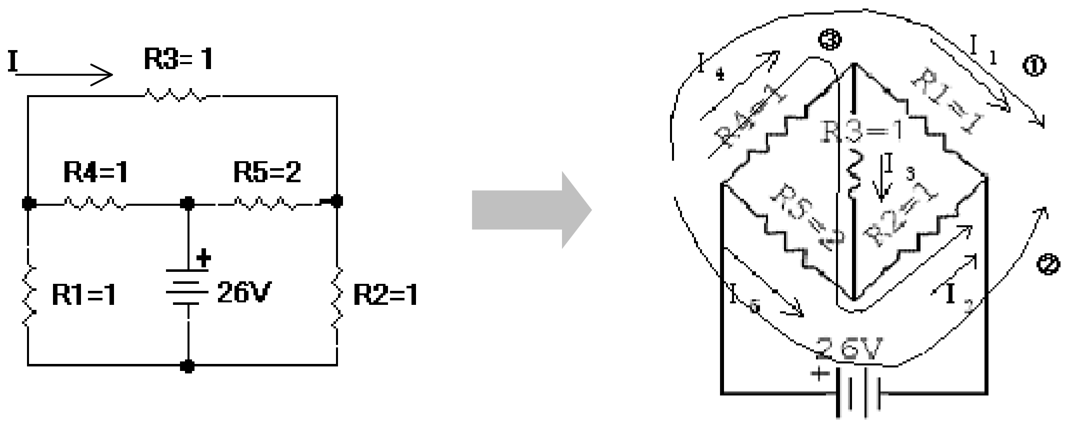

$$\mathrm{r} = \frac{1}{2} + \frac{2}{1+2} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} \qquad \text{オーム}$$

したがって　$R_3$に流れる電流は

$$I = \frac{V_{cd}}{R3 + r}$$

$$= \frac{\left(\frac{26}{6}\right)}{\left(\frac{7}{6}\right)+1} = \frac{26}{7+6} = \frac{26}{13} = 2 \quad (A)$$

**キルヒホッフの法則を用いる方法**




ループを①、②、③とする。

$I_4 \times R_4 + I_1 \times R_1 = V$ ①

$I_5 \times R_5 + I_2 \times R_2 = V$ ②

$I_4 \times R_4 + I_3 \times R_3 + I_2 \times R_2 = V$ ③

電流連続の式は

$I_1 = I_4 - I_3$

$I_2 = I_5 + I_3$

実際の数値を入れて計算する。

①より　$I_4 \times 1 + (I_4 - I_3) \times 1 = 26$

$2 \times I_4 - I_3 = 26$

$$I_4 = \frac{26 + I_3}{2}$$

②より　$I_5 \times 2 + (I_5 + I_3) \times 1 = 26$

$3 \times I_5 + I_3 = 26$

$$I_5 = \frac{26 - I_3}{3}$$

③より　$I_4 \times 1 + I_3 \times 1 + (I_5 + I_3) \times 1 = 26$



$I_4 + I_5 + 2 \times I_3 = 26$

この式に$I_4$、$I_5$ を代入して計算する。

$$\frac{26+I_3}{2} + \frac{26-I_3}{3} + 2 \times I_3 = 26$$

両辺に６をかけて整理する。

$3 \times (26 + I_3) + 2 \times (26 - I_3) + 12 \times I_3 = 6 \times 26$

$3 \times 26 + 2 \times 26 + 3 \times I_3 - 2 \times I_3 + 12 \times I_3 = 6 \times 26$

$13 \times I_3 = 26$

$I_3 = 2$　(A)