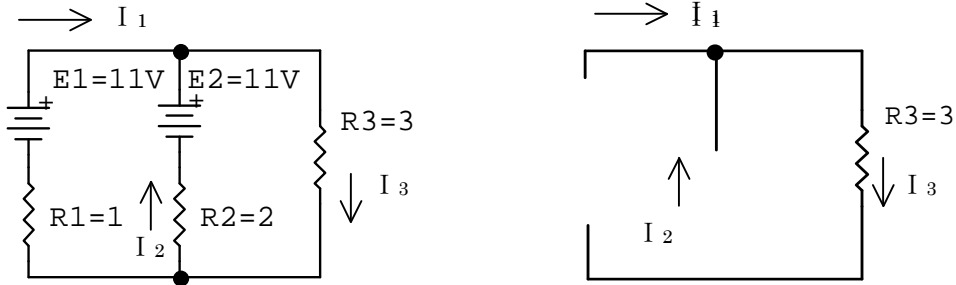


キルヒホッフの法則

平成 22 年第一回 DD 1 種「基礎」 問 1-1

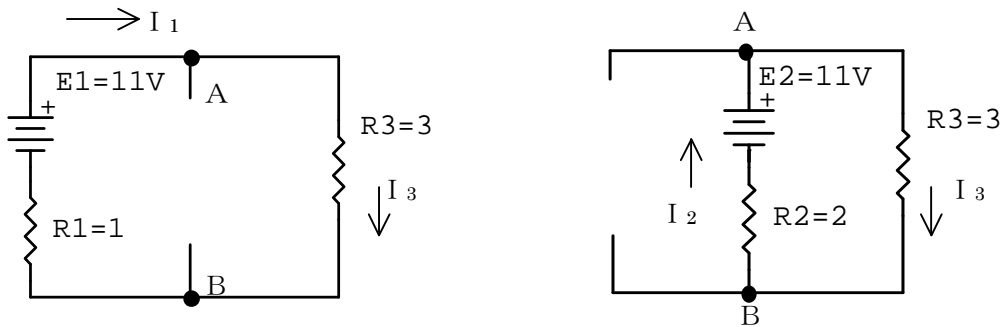


R_3 を流れる電流 I_3 を求めるという問題である。基本的な問題であるのでキルヒホッフの法則を用いた解法について説明する。また別の解法も少し説明する。

- イ) A 点における電流を（自分で）決める。電源のプラス極から流れると仮定する。
A 点における電流連続の条件（第一法則）から

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \text{①}$$

- ロ) 電源を 1 つだけ含むループを 2 つ考える。



$$I_1 \times R_1 + I_3 \times R_3 = E_1 \quad \text{②}$$

$$I_2 \times R_2 + I_3 \times R_3 = E_2 \quad \text{③}$$

- ハ) ① ② ③の連立方程式から I_1 I_2 I_3 を求める。

式で書くと難しそうになるので実際に問題の数字を入れて書いてみよう

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \text{①}$$

$$1 \times I_1 + 3 \times I_3 = 11 \quad \text{②}$$

$$2 \times I_2 + 3 \times I_3 = 11 \quad \text{③}$$

I_3 を消去して解くのではなく I_1 I_2 を消去して解く方法を考える。

②の式を2倍する(2を掛ける)と次の式が得られる

$$2 \times I_1 + 6 \times I_3 = 22 \quad \text{④}$$

④の式と③の式の両辺を足し算する

$$2 \times I_1 + 6 \times I_3 + 2 \times I_2 + 3 \times I_3 = 22 + 11$$

$$2 \times (I_1 + I_2) + 6 \times I_3 + 3 \times I_3 = 33$$

$I_1 + I_2 = I_3$ であるから上の式は次のようになる。

$$2 \times I_3 + 6 \times I_3 + 3 \times I_3 = 33$$

$$11 \times I_3 = 33$$

$$I_3 = 3 \quad \text{(A)}$$

(この結果から $I_1 = 2$ (A) $I_2 = 1$ (A) が得られる)

他の解法1 ミルマンの定理を使う

回路の電圧 (R_3 の両端の電圧) を V_{ab} とすれば

$$V_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} = \frac{I}{\frac{1}{r}} = I \cdot r$$

V_{ab} を用いて各電流 I_1 I_2 I_3 が計算できる。

$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

実際に数値を入れて計算する

$$I = \frac{11}{1} + \frac{11}{2} = \frac{33}{2} \quad (\text{A})$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \quad r = \frac{6}{11} \quad (\Omega)$$

$$\text{従って } V_{ab} = I \cdot r = \frac{33}{2} * \frac{6}{11} = 9 \quad (\text{V})$$

$$I_3 = \frac{9}{3} = 3 \quad (\text{A})$$

他の解法 2

この問題は意外な簡単な解法がある。

二つの直流電源の起電力が等しいという条件から、内部抵抗は異なるが起電力が等しい電源を並列に接続したことになる。

このとき起電力は $E = 11$ ボルト

$$\text{電源の内部抵抗は } r = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} \quad \Omega$$

この電源に R_3 を接続した場合の電流として求めることができる。

すなわち

$$I = \frac{E}{r + R_3} = \frac{11}{\frac{2}{3} + 3} = 3 \quad (\text{A})$$